

## **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**

**JUNIO 2003**

### EJERCICIO A

**Problema 1.** De la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Obtener razonadamente los valores de x, y, z.

**Problema 2.** Una compañía fabrica y vende modelos A y B. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo A y de 30 minutos para el modelo B; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo A y de 10 minutos para el modelo B. Se dispone para el trabajo manual de 6000 minutos al mes y para el de máquina de 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 € y de 10 € para el modelo B, planificar la producción mensual para obtener el máximo beneficio y obtener éste.

**Problema 3.** Se cree que el número  $y$  de unidades vendidas de un cierto producto en función de su precio en euros,  $x$ , viene dado por  $y = 50 - x$ , donde el precio varía entre 0 y 50 euros. Si por cada unidad vendida se obtiene un beneficio de  $x - 10$ , determinar de forma razonada el precio  $x$  que producirá un mayor beneficio, el número de unidades vendidas y el beneficio obtenido.

**Problema 4.** En una pequeña ciudad hay dos bibliotecas. En la primera, el 50% de los libros son novelas mientras que en la segunda lo son el 70%. Un lector elige al azar una biblioteca siguiendo un método que implica que la probabilidad de elegir la primera biblioteca es el triple que la de elegir la segunda. Una vez llega a la biblioteca seleccionada, elige al azar un libro, novela o no.

- Calcula la probabilidad de que elija una novela
- Sabiendo que el libro seleccionado es una novela, obtener razonadamente la probabilidad de que haya acudido a la primera biblioteca.

### EJERCICIO B

**Problema 1.** El 75% de los alumnos acude a clase en algún tipo de transporte y el resto andando. Llega puntual a clase el 60% de los que utilizan el transporte y el 90% de los que acuden andando. Calcular de forma razonada:

- si se elige al azar uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, la probabilidad de que haya llegado andando y
- si se elige un alumno al azar, la probabilidad de que n haya llegado puntual.

**Problema 2.** Debo tomar al menos 60mg de vitamina A y al menos 90mg de vitamina B diariamente. En la farmacia puedo adquirir dos pastillas de marcas diferentes X e Y. Cada pastilla de la marca X contiene 10mg de vitamina A y 15mg de vitamina B, y cada pastilla de la marca Y contiene 10mg de cada vitamina. Además no es conveniente tomar más de 8 pastillas diarias. Sabiendo que el precio de cada pastilla de la marca X es 50 céntimos de euro y que cada pastilla de marca Y cuesta 30 céntimos de euro, calcular de forma razonada:

- cuántas pastillas diarias de cada marca debo tomar para que el coste sea mínimo.
- Cuál es el coste mínimo.

**Problema 3.** Cinco amigos suelen tomar el café juntos. El primer día tomaron 2 cafés, 2 cortados y un café con leche y debieron pagar 3 €. Al día siguiente tomaron un café, un cortado y tres cafés con leche, por lo que pagaron 3,25 €. Al tercer día solo acudieron cuatro de ellos, y tomaron un café, dos cortados y un café con leche, ascendiendo la cuenta a 2,45 €. Calcular de forma razonada el precio del café, del cortado y del café con leche.

**Problema 4.** Descomponer de forma razonada el número 90 en dos sumandos tales que el resultado de sumar el cuadrado del primero y el doble del cuadrado del segundo sea mínimo.

**SEPTIEMBRE 2003**

EJERCICIO A

**Problema 1.** El precio del billete de una línea de autobús se obtiene sumando dos cantidades, una fija y otra proporcional a los kilómetros recorridos. Por un billete entre las poblaciones A y B se ha pagado 20 € y por un billete entre las poblaciones A y C se ha pagado 32 €. Si la distancia de A a C es el doble de la distancia de A y B, calcular de forma razonada cuánto se tendrá que pagar por un billete a una población que dista de A la mitad que B.

**Problema 2.** Un a empresa dispone de un máximo de 16.000 unidades de un producto que puede vender en unidades sueltas o en lotes de cuatro unidades. Para empaquetar un lote de cuatro unidades se necesita el triple de material que para empaquetar una unidad suelta. Si se dispone de material para empaquetar 15.000 unidades sueltas y si el beneficio que se obtiene por la venta de cada unidad suelta es de 2 € y de cada lote de cuatro unidades es 7 €, calcular de forma razonada el número de unidades sueltas y de lotes de cuatro unidades que hay que preparar para maximizar el beneficio y calcular éste.

**Problema 3.** El coste total en euros de la producción de x litros de un determinado producto viene dado

$C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 800$   
por: . Definir la función que determina el coste medio por litro producido y determinar de forma razonada con qué producción dicho coste medio será mínimo. ¿Cuál es el valor de dicho coste?

**Problema 4.** Un personal tiene cargados dos programas antivirus  $A_1$  y  $A_2$  que actúan simultánea e independientemente. Ante la presencia de un virus, el programa  $A_1$  lo detecta con una probabilidad de 0,9 y el programa  $A_2$  con una probabilidad de 0,8. Calcular de forma razonada:

- La probabilidad de que un virus cualquiera sea detectado.
- La probabilidad de que un virus sea detectado por el programa  $A_1$  y no por el  $A_2$ .

EJERCICIO B

**Problema 1.** Dados los puntos del plano (1,1) y (3, -2), se pide: a) Encontrar de forma razonada la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos, b) deducir si dicha recta es paralela o si corta a la recta de ecuación  $3x + y = 5$ , y c) en este último caso, calcular el punto de corte.

**Problema 2.** Se pretende invertir en dos productos financieros A y B. La inversión en B ha de ser al menos de 3000 € y no se quiere invertir en A más del doble que en B. Se supone que A proporcionará un beneficio del 10% y B del 5%. Si se dispone de 12000 €, calcular de forma razonada cuánto se debe invertir en cada producto para maximizar el beneficio y determinar éste.

**Problema 3.** La concentración C de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, en una ciudad durante los 20 primeros días de un determinado mes se puede aproximar por la función  $C(x) = 90 + 15x - 0,6x^2$ , donde x representa el tiempo transcurrido en días.

- Estudiar de forma razonada el crecimiento y decrecimiento de la concentración de ozono en relación con los días transcurridos.
- ¿Cuál es la concentración máxima de ozono durante esos 20 días?. Justificar la respuesta

**Problema 4.** El 75% de los jóvenes que tienen video consola ha recibido propaganda de un determinado video juego y el 25% restante no. El 30% de los que recibieron la propaganda ha utilizado después dicho video juego y también lo ha hecho el 5% de los que no la recibieron. Calcular de forma razonada:

- La probabilidad de que un joven con video consola seleccionado al azar haya utilizado este videojuego.
- La probabilidad de que un joven con video consola seleccionado al azar haya recibido propaganda y no hay utilizado el video juego,

**EJERCICIOS DE AÑOS ANTERIORES**

JUNIO EJERCICIO A

EXAMENES PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD (LOGSE)  
(ALICANTE)

**Problema 1.** Calcular los determinantes  $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ ,  $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$  y  $\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ . Aplicar los resultados obtenidos para resolver por la regla de Cramer el sistema 
$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

**Problema 2.** Una fábrica produce lámparas normales a 900 ptas cada una y focos halógenos a 1200 ptas cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000, entre lámparas normales y focos halógenos, si bien, no se pueden fabricar más de 800 lámparas normales ni más de 600 focos halógenos. Se sabe que la fábrica vende toda la producción. Averiguar de forma razonada cuánta lámparas y cuántos focos ha de producir para obtener la máxima facturación posible y cuál sería ésta.

**Problema 3.** Se calcula que el valor de una acción  $t$  meses después de salir al mercado y durante el primer año viene dado por la función  $f(t) = t^2 - 6t + 10$ . Explique razonadamente en qué mes conviene comprar las acciones para adquirirlas al precio mas ventajoso.

**Problema 4.** La ciudad A tiene el doble de habitantes que la ciudad B, pero un 30% de ciudadanos de B lee literatura, mientras que sólo un 10% de ciudadanos da A lee literatura.

- De un ciudadano se sabe sólo que vive en la ciudad A o en la ciudad B. Calcula de forma razonada que lea literatura.
- Si nos presentan un ciudadano que vive en la ciudad A o en la ciudad B, pero del cual sabemos que lee literatura, calcula razonadamente la probabilidad de que sea de la ciudad B.

EJERCICIO B

**Problema 1.** Expresa por una integral el área del trapecio de vértices (3,0), (15,0), (15,15) y (3,3) y explica el significado.

**Problema 2** Hemos invertido 4000000 de pesetas en acciones de las empresas A, B y C. Después de un año, la empresa A va a repartir. un beneficio del 6%, la B del 8% y la C del 10%. En total recibimos 324826 ptas.

- Deduzca razonadamente si se puede averiguar o no que invertimos en cada empresa.
- Deduzca razonadamente que invertimos en cada empresa sabiendo que en la empresa C invertimos el doble que en la empresa A.

**Problema 3.** Una industria fabrica bolígrafos que vende a 400 ptas cada uno y plumas estilográficas que vende a 1200 ptas. cada una. Las máquinas limitan la producción de manera que cada día no se pueden producir mas de 200 bolígrafos ni más de 150 plumas estilográficas, y el total de la producción (bolígrafos mas plumas) no puede superar las 250 unidades. La industria vende siempre toda la producción. Deduzca razonadamente cuántos bolígrafos y plumas estilográficas ha de producir al día para maximizar el beneficio y cuál sería aquel.

**Problema 4.** La baraja .española consta de diez cartas de oros, diez cartas de copas, diez cartas de espadas y diez cartas de bastos.

Se extraen tres cartas. Averiguar razonadamente cuál es la probabilidad de que al menos una de las cartas de oros en los siguientes supuestos:

- No se devuelven las cartas después d la extracción.
- Después d cada extracción se devuelve la carta a la baraja antes de la extracción siguiente.

**SEPTIEMBRE** EJERCICIO A

**Problema 1.** En una reunión hay 40 personas. La suma del número de hombres y mujeres triplica el número de niños. El número de mujeres excede en 6 a la suma del número de hombres mas el número de niños. Averiguar razonadamente cuántos hombres, mujeres y niños hay.

$$f(x) = \frac{2}{x-3}$$

**Problema 2.** Obtener la derivada de la función  $f(x) = \frac{2}{x-3}$  en el punto de abscisa  $x = 4$ . Explicar lo que significa el valor obtenido de la derivada. Calcular la tasa de variación instantánea en el punto de abscisa  $x = 5$ .

**Problema 3.** El INSERSO debe organizar un viaje para 800 personas con cierta empresa que dispone de 16 autobuses de 40 plazas cada uno y 20 autobuses de 50 plazas cada uno. El alquiler de un autobús pequeño cuesta 3000 ptas y el alquiler de un autobús grande cuesta 4000ptas. Averiguar razonadamente cuántos autobuses de cada clase hay que contratar para minimizar el coste y cuál sería el mínimo coste, sabiendo que la empresa solo dispone de 18 conductores.

**Problema 4.** Escribo tres cartas y los tres sobres correspondientes. Introduzco cada carta en un sobre al azar, es decir sin mirar el destinatario. Averiguar razonadamente cuál es la probabilidad de que haya introducido sólo una carta en el sobre correcto..

EJERCICIO B

**Problema 1.** La función  $f(x,y) = 2x + 3y$  está definida en el polígono de vértices  $(0,0)$ ,  $(6,0)$ ,  $(6,8)$ ,  $(4,12)$  y  $(0,15)$ . Determinar de forma razonada todos los puntos en los que la función  $f$  alcanza un máximo. Justificar de forma razonada si dicho máximo se alcanza en un solo punto o no. ¿En qué punto o puntos se alcanza el máximo? ¿Cuál es el valor máximo?

**Problema 2.** Un estudiante obtuvo un 6 en un examen de Matemáticas que constaba de tres preguntas. En la primera pregunta obtuvo una calificación igual al doble de la calificación que obtuvo en la segunda pregunta y en la tercera pregunta obtuvo una calificación igual a la suma de las calificaciones de las otras dos preguntas. Averiguar razonadamente la calificación de cada pregunta.

**Problema 3.** El rendimiento,  $f(t)$ , en un examen que dura una hora en función del tiempo  $t$  viene dado por

$$f(t) = t - t^2, \quad 0 \leq t \leq 1$$

Deducir razonadamente:

- a) Cuándo el rendimiento es nulo.
- b) Cuándo el rendimiento es máximo.
- c) Cuándo el rendimiento es creciente y cuándo es decreciente.

**Problema 4.** La ciudad A tiene el triple de habitantes que la ciudad B. Un 10% de habitantes de la ciudad A son alérgicos y un 30% de habitantes de la ciudad B son alérgicos. Se selecciona un ciudadano sin saber de que ciudad es. Deducir razonadamente cuál es la probabilidad de que sea alérgico. Entre todos los habitantes alérgicos de ambas ciudades se selecciona un ciudadano. ¿Cuál es la probabilidad de que se de la ciudad A?

## **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**

### JUNIO EJERCICIO A

**Problema 1.** Se considera la región factible dada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$x + y \leq 5$$

$$x + 3y \geq 9$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

Representar la región factible que determina el sistema de inecuaciones anterior y hallar de forma razonada el punto o puntos de la región factible donde las siguientes funciones alcanzan su máximo y mínimo: a)  $f(x,y)=2x+3y$ , b)  $f(x,y)=y-x$

**Problema 2.** Un tren transporta 500 viajeros y la recaudación del importe de sus billetes asciende a 2115 euros. Calcular de forma razonada cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 9 euros, cuántos han pagado el 20% del billete y cuántos el 50%, sabiendo que el número de viajeros que han pagado el 20% es el doble del número de viajeros que han pagado el billete entero.

**Problema 3.** La velocidad (en m./sg.) que alcanza cierto atleta en una carrera de 200 metros viene dado en función del espacio recorrido,  $x$ , por la siguiente expresión:

$$f(x)=-0'00055x(x-300)$$

Deducir de forma razonada:

- ¿Qué distancia ha recorrido el atleta cuando alcanza su velocidad máxima? ¿cuál es ésta velocidad?
- ¿Entre qué distancias su velocidad va aumentando? ¿Y disminuyendo?
- ¿A qué velocidad llega a la meta?

**Problema 4.** En un aparato de radio hay presintonizadas tres emisoras A, B y C que emiten durante todo el día. La emisora A siempre ofrece música, mientras que la B y la C lo hacen la mitad de tiempo de emisión. Al encender la radio se sintoniza indistintamente cualquiera de las tres emisoras.

- Obtener de forma razonada la probabilidad de que al encender la radio escuchemos música.
- Si al poner la radio no escuchamos música, calcular de forma razonada cuál es la probabilidad de que esté sintonizada la emisora B.

### EJERCICIO B

**Problema 1.** Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcular de forma razonada cuántos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar los beneficios y calcular éste.

**Problema 2.** Los tres vértices de un triángulo son A(0,1), B(1,2) y C(3,0).

- Encontrar de forma razonada la ecuación de la recta paralela al lado AB que pase por el punto C y
- Hallar el punto de intersección de esta recta con la recta de ecuación  $x+3y=2$

**Problema 3.** La función  $f(t)=2'1t^2+0'8t-1$ , para  $0 \leq t \leq 9$ , donde el tiempo,  $t$ , viene expresado en años, proporciona los beneficios de una empresa en miles de euros entre los años 1991 ( $t=0$ ) y 2000 ( $t=9$ ).

- Calcular de forma razonada la tasa de variación media del beneficio de esta empresa en este periodo de tiempo.
- Obtener de forma razonada la tasa de variación media del beneficio de los últimos años.
- ¿Qué podemos concluir acerca de la variación del beneficio en los dos últimos años?

**Problema 4.** Un alumno realiza un examen tipo test que consta de 4 preguntas. Cada una de las preguntas tiene tres posibles respuestas, de las que solo una es correcta. Si el alumno aprueba contestando correctamente dos o más preguntas, obtener de forma razonada la probabilidad de que apruebe si escoge las respuestas de cada una de las preguntas completamente al azar.