Cuaderno de actividades 1º Bachillerato

Operaciones con reales[1]

1. Calcula :

a) $\frac{3}{5}(\frac{1}{4}-\frac{3}{5})+.\frac{3}{4}(\frac{1}{5}-\frac{1}{2})$

Solución.
$\frac{3}{5}(\frac{5}{20}-\frac{12}{20})+.\frac{3}{4}(\frac{2}{10}-\frac{5}{10})=\frac{3}{5}(\frac{-7}{20})+.\frac{3}{4}(\frac{-3}{10})=\frac{-21}{100}-\frac{9}{40}=\frac{-42-45}{200}=\frac{-87}{200}$

b) $\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right)$

c) $\frac{3}{5}:\frac{1}{4}-\frac{3}{5}.\frac{3}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{2}\right)$

2.Calcula pasando a fracción:

a) $0,\widehat{3}+0,\widehat{4}+0,\widehat{6}$

b) $2,0\widehat{5}-1,3\widehat{5}$

c) $0,3\widehat{4}-2,\widehat{1}$

3. Calcula, sin usar la calculadora, las siguientes raíces exactas:

a) $\sqrt{144}$;

b) $\sqrt{0,0225}$;

c) $\sqrt{0,000049}$

d) $\sqrt[3]{216}$

e) $\sqrt{\frac{9}{121}}$

f) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$

g) $\sqrt[5]{16807}$

h) $\sqrt[3]{27.10^6}$

f) Solución. $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}=\sqrt[5]{\frac{1}{2^5}}=\frac{1}{2}$

4. Calcula por tanteo, sin usar la calculadora, una aproximación decimal de los siguientes números irracionales:

a) $\sqrt{3}$;

b) $\sqrt{47}$;

Solución: 6^2=36; 7^2=49, luego está entre 6 y 7 $6,8^2$=46,24

$6,9^2$=47,61 Con un decimal la aproximación seria 6,8

$6,84^2$=46,78; $6,85^2$=46,92; ,$6,86^2$=47,05. Luego $\sqrt{47}$ =6,85 con dos decimales exactos

[1] Se incluye repaso de 4º ESO

c) $\sqrt{124}$

d) $\sqrt{432}$

5) Escribe tres aproximaciones decimales de los números irracionales

a) $\sqrt{3}$; b) π

6) Calcula la cota del error que se comete al sustituir el número π por:

a) 3,14

b) 3,142

Solución. Tiene tres cifras decimales exactas, luego el error que se comete es menor que 10^{-3}

c) 3,1415

7) Escribe las aproximaciones por **defecto** del número $\sqrt{3}$, con la mínimas cifras para que el error cometido sea menor que:

a) una décima.

b) una milésima

8) Calcular la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide20cm, con un error menor que una milésima .

9. Simplifica:

a) $\dfrac{3^3 2^{-4} 5^2}{3^5 2^3 5^{-1}}$

b $\dfrac{7^3 2^{-4} 5^{-3}}{7^{-5} 2^3 5^{-1}}$

c) $\dfrac{7^3(-2)^{-4}(-5)^{-3}}{(-7)^{-5} 2^3 5^{-1}}$

Solución. Primero reducimos las potencias a bases positivas

$\dfrac{7^3(-2)^{-4}(-5)^{-3}}{(-7)^{-5} 2^3 5^{-1}} = \dfrac{7^3 2^{-4}(-1)5^{-3}}{-7^{-5} 2^3 5^{-1}} =+ \dfrac{7^3 2^{-4} 5^{-3}}{7^{-5} 2^3 5^{-1}} =7^8 2^{-7} 5^{-2}$

d) $\dfrac{4^3(-2)^{-4}(-5)^{-3}}{(-8)^{-5} 2^3 5^{-1}}$

10. Escribe con notación científica::

a) 310000000000

b) 0,00000023=$2,3.10^{-7}$

c) 1540,23

d) El número de moléculas que hay en un gramo de hidrógeno: 301000000000000000000000

e) La longitud de un paramecio: 0,000025 m

11. Realiza las siguientes operaciones:

a) $2,43.10^{-23}.1,35.10^{21}$

b) $(3,21.10^{7}): (2,51.10^{-4})$

c) $\dfrac{(2,31.10^{7}).(5,23.10^{-3})}{1,234.10^{-9}}$

Solución. $\dfrac{(2{,}31.10^{7}).(5{,}23.10^{-3})}{1{,}234.10^{-9}} = \dfrac{(2{,}31.5{,}23).10^{7-3+9}}{1{,}234}$ $=9{,}79.10^{13}$

d) $\dfrac{(5{,}01.10^{9}).(3{,}52.10^{-23})}{1{,}24.10^{-8}}$

12. Opera los siguientes radicales y/o simplifica cuando sea posible:

a) $\sqrt{2}.5\sqrt{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$

c) $\sqrt{2}.\sqrt[3]{2}$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[5]{3}}$

c) Solución.
Se reducen a índice común y después se multiplican los radicandos.
m. c. m (2,3)=6 $\sqrt{2}.\sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3}\,\sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3 2^2} = \sqrt[6]{2^5}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

f) $\left(\sqrt[3]{3^2}\right)^6$

g) $\sqrt{2}.\sqrt[3]{2}\sqrt[4]{5}$

h) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{36}}$

i) $3\sqrt{5} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$
Solución

$180=2^2 3^2.5$ $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 3^2 5} = 2.3\sqrt{5}$

$80=2^4.5$ $\sqrt{80} = \sqrt{2^4 5} = 2^2\sqrt{5}$

$3\sqrt{5} + \sqrt{180} - \sqrt{80} = 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

j) $\sqrt{32} - 2\sqrt{2} + \dfrac{1}{2}\sqrt{8}$

k) $\sqrt{24} - 3\sqrt{150} + \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

13) Racionaliza:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-5} = \dfrac{2(\sqrt{3}+5)}{(\sqrt{3}-5)(\sqrt{3}+5)} = \dfrac{2\sqrt{3}+10}{3-25} = \dfrac{2\sqrt{3}+10}{-22}$

b) $\dfrac{7}{\sqrt{2}-5}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

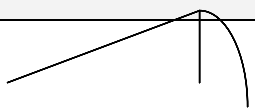
14) Representa en la recta real los números reales

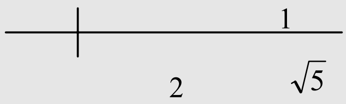
a) Racionales -3/4; 5/3; 7/2; 2,45

b) Irracionales

$\sqrt{5}$

Solución . Utilizamos el Teorema de Pitágoras. $5 = 1^2+2^2$





$\sqrt{5}$ es la diagonal del triángulo, con un compás de origen 0 se obtiene donde está situado.

$\sqrt{3}$

$\sqrt{50}$

La recta real. Intervalos.

1) Escribe en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

a) [-3, 2]

b) (1, 3)

c) [-1, 0)

Solución. [-1, 0)= $\{x \in R / -1 \leq x < 0\}$

2) Expresa como una desigualdad y como un intervalo : “ x es un número mayor o igual que -5 y menor que 2. Represéntalo.

3) Escribe en forma de intervalo y representa los conjuntos:

a) $\{x \in R / -2 \leq x < 3\}$

b) $\{x \in R / -1 \leq x \leq 0\}$

c) $\{x \in R / -2 < x \leq 2\}$

4) Representa el conjunto de los números que cumplen:

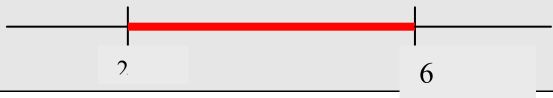
a) $|x| < 3$

b) $|x| \geq 3$

c) $|x+1| \geq -1$

d) $|x-4| \leq 2$

$-2 \leq x-4 \leq 2 \Rightarrow 2 \leq x \leq 6$ [2, 6]



e) $|x-2| \leq 7$

f) $|2x-1|$<3

g) $|x+1| > 2$

5) Expresa como un único intervalo

a) [3, 5)$\cup$(2, 7]

b) (-1, 4)$\cup$ [3, 5)

c) [-1, 3) $\cup$[3, 5]

Polinomios

Efectúa las operaciones indicadas y simplifica la expresión resultante (en los casos posibles).

1) $3(x^3 - 5x + 7) - (2x^3 + 6x^2 + 11x + 4)$

2) $2x(4x^2 - 6x + 2) + 3(5x^2 - 3x - 4) - 14x^2$

3) $(7x^3 - 5x + 3)$ (2x2 +x-1)

4) $\left(\frac{x^2}{3} - 4x + \frac{1}{2}\right)\left(3x^2 - 4\right) - \left(2x^3 - 7x - 5\right)$

5) Multiplica por 20 y simplifica el resultado:

2 $\frac{(x+1)^2}{5}-\frac{1}{2}+\frac{x^2-4}{4}+\frac{(x-2)^2}{5}$

6) (x^4 -6x^3 +5x^2-4x+1): (x^2 –3x +1)

Solución

x^3 + 6x^2 +5x +4 | x^2 –3x +1

-x^3 +3x^2 -x   x +9

/   9x^2 + 4x +4

-9x^2 + 27x-9

/ 31x –5

7) (x^3 +6x^2 +5x+4): (x^2 –x +5)

9) (x^4 -5x^3 +3x^2-2x+5): (x^2 +x -3)

Regla de Ruffini

6) (x^3 –x^2 -16x -3): (x -3)

	1	-1	-16	-3
3		3	6	-30
	1	2	-10	-33

el cociente es x^2 +2x – 10   y el resto -33

7) (2x^3 +6x^2 +11x+4):(x +1)

8) (3x^4 +6x^2 +11x+4) : (x-2)

9) (x^3 + 1) : (x +1)

10)(–x^4 +2x^3 +5x -3): (x +2)

Raíces de polinomios. Teorema del resto.

1. Comprueba si los valores que se dan son raíces de los siguientes polinomios:

a) x^2 +1	0, -1	
Solución.	Para 0 el valor numérico del polinomio es 1, luego no es raíz	
	Para -1 “ “ 2 “	
b) x^2 -5x +6	0, 2 y 3	
c) x^2 -4	2 y .-2	
d) x^3 -1	-1, 0, 1 y 2	

3. Calcula las raíces de los siguientes polinomios.

a) (x^3 -1) : (x-1)

Aplicamos Ruffini

	1	0	0	-1
1		1	1	1
	1	1	1	0

El cociente es $x^2 + x + 1$, el resto 0.
La única raíz es x = 1, pues el cociente no tiene ninguna raíz

b) $x^3 -11x^2 +34x -24$

c) $x^4 -11x^3 +33x^2 -9x -54$

d) $x^4 -81$
e) $x^4 +x^2 -20$

f) $2x^3 -8x^2 +8x$

4. Calcula el valor de k para que la división de P(x) entre Q(x) dé exacta:

a) P(x) =) x^3 -11x^2 +k.x -24, Q(x) = (x-1)

El resto debe dar cero, aplicando el teorema del resto:

$$1 -11 + k -24 = 0$$
$$k = 34$$

b) P(x) = x^4 -11x^3 +33x^2 –k x -54; Q(x) = (x +1)

5. Calcula el valor de k, para que el resto de la división de x^4 –k x^3 +33x^2 –k x -54 entre x +2 nos de 25.

6. Descomponer en factores los polinomios P(x) y Q(x) y hallar su M .C .D y M . C . M

a) P(x) = x^3 -1 y Q(x) = x^2 -2x +1

Solución

P(x) = (x – 1) (x^2 + x + 1)

Q(x) = $(x -1)^2$

M. C. D. = x-1 M. C. M. = $(x-1)^2(x^2 + x + 1)= x^4 – x^3 -x+1$

b) P(x) =3x^3+ x^2-8x+4 y Q(x) =3x^3 +7x^2-4

c) P(x) = x^7 –x y Q(x) = x^5 +x^2

Fracciones Algebraicas

A) Hallar el valor numérico de las siguientes fracciones algebraicas en los puntos que se indican:

1) $\dfrac{2x-3}{x}$ en x = 1, x =3.

2) $\dfrac{x^2+3x}{x+2}$ en x = 2, x = 0.

3) $\dfrac{2x^2-5}{x^2-1}$ en x =1, x =2

Solución:

En **x = 1** $\dfrac{2.1-5}{1-1}=\dfrac{-3}{0}$ No existe este valor, pues no se puede dividir por cero, luego no se puede calcular el valor numérico en x =1.

En **x =2** $\dfrac{2.4-5}{4-1}=\dfrac{3}{3}=1$

4) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ en x = -2, 0, 1 y 2

B) Estudia si las siguientes fracciones son equivalentes:

1) $\dfrac{3x}{x^2-x}$ y $\dfrac{3}{x-1}$

2) $\dfrac{x-2}{x+2}$ y $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

Solución. Se tiene:

$(x-2)(x^2-4) = x^3 -4x -2x^2+8 = x^3 -2x^2 -4x +8$

$(x +2)(x^2-4x+4) = x^3 -4x^2 +4x+ 2x^2 -8x +8 = x^3 -2x^2 -4x +8$

Son equivalentes.

C) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, en los casos posibles:

1) $\dfrac{3x^2+x}{2x}$

2) $\dfrac{3x-6}{5x-10}$

3) $\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

4) $\dfrac{x+1}{x^2+2x+1}$

5) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

Solución.

Se tiene $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4} == \dfrac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}$

6) $\dfrac{x^2-9}{x^2+6x+9}$

D) Realiza las operaciones indicadas y simplifica el resultado en los casos que se pueda.

1) $\dfrac{10x^3}{15(x+1)} \cdot \dfrac{x+1}{x^2}$

2) $\dfrac{50x^3y}{7z} : 10x^2y^2$

3) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2x-3}{x+1}$

Solución. Primero reducimos a común denominador y después sumamos los numeradores:
m .c. m (x, x +1) = x(x +1) =x^2+ x

$\dfrac{x+1}{x^2+x} + \dfrac{2x^2-3x}{x^2+x} = \dfrac{2x^2-2x+1}{x^2+x}$

4) $\dfrac{x+1}{x-2} - \dfrac{x}{x-3} + \dfrac{3}{x^2-5x+6}$

5) $\dfrac{x^2-4}{x+2} : \dfrac{x^2-2x}{x^2} = \dfrac{x(x-2)(x+2)}{(x+2)x^2(x-2)} = \dfrac{1}{x}$

6) $\dfrac{2x^2}{x^2-4} : \dfrac{x^2}{x^2+2y+4}$

7) $\left(\dfrac{x+1}{x} - \dfrac{x}{x+2}\right) : \left(1 + \dfrac{x}{x+2}\right)$

8) Descomponer en fracciones simples

a) $\dfrac{1}{x^2-5x+6}$; b) $\dfrac{3x}{x^2-1}$