

3ª Parte: Funciones y sus gráficas

Relaciones funcionales.

Estudio gráfico y algebraico de funciones¹.

Interpretación de gráficas

1. Un médico dispone de 1 hora diaria para consulta. El tiempo que podría, por término medio, dedicar a cada enfermo, depende del número de ellos que se acudan:

1 enfermo		60 minutos
2 enfermos		30 minutos
3 enfermos		20 minutos

Así hasta un máximo de 30 enfermos. Si llamamos x al número de enfermos e y al de minutos dedicados a cada enfermo escribe la expresión funcional que existe entre ellas ¿Cómo es la variable independiente, continua o discreta? Dibuja la gráfica ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica con una línea?

2. En unos aparcamientos públicos figura la siguiente tarifa de precios:

Tarifa		
1ª hora o fracción		1 €
Cada hora más o fracción		0,8 €
Máximo 12 € por 24 horas		

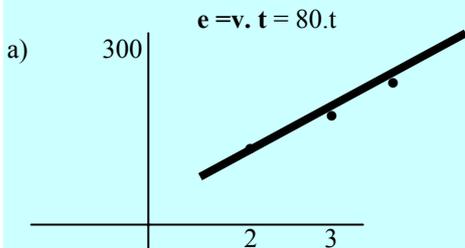
Haz una gráfica representativa de la función: tiempo de aparcamiento coste

3. Si un coche va a 80km por hora, ¿que espacio habrá recorrido al cabo de 2, 3, y 3,5 horas?

a) Dibuja la gráfica de la función espacio-tiempo.

b) ¿Qué tiempo empleará en recorrer 200 y 320km?

Solución



x	y
2	160
3	240
3,5	280

b) Despejando el tiempo tendremos $t = e/v$:

$t = 200/80 = 5/2 = 2$ horas y media y $t = 320/80 = 4$ horas

¹ El estudio algebraico solo para las funciones polinómicas de primer y segundo grado.

4. Representa los siguientes pares (x, y) . Indica la relación entre las variables x e y :

x	1	3	4	5,5	7
y	0,75	2,25	3	4,125	5,525

5. Dada la tabla

x	0	1	2	3	4
y	1	3	5	7	9

Representa estos puntos en un sistema de ejes coordenados y escribe la ecuación de la función que relaciona las variables x e y .

6. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = 3x$

b) $y = x^2 - 3$

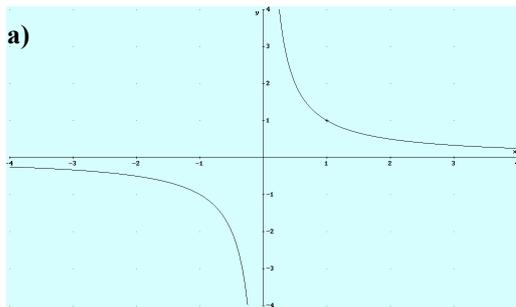
c) $y = \sqrt{x}$ $D = \mathbb{R}^+$

d) $y = 1/x$ $D = \mathbb{R} - \{0\}$

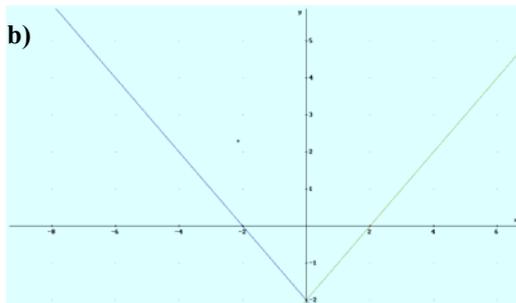
e) $y = \sqrt{x-2}$

f) $y = \frac{3}{x-2}$

7. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:



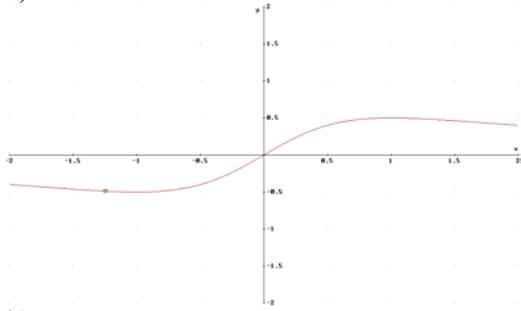
Continua excepto en el $x = 0$.



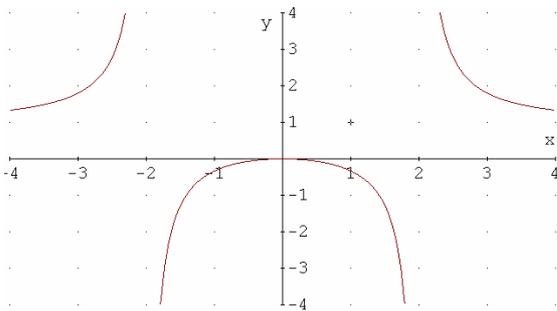
Continua en todos los puntos.

8. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a)



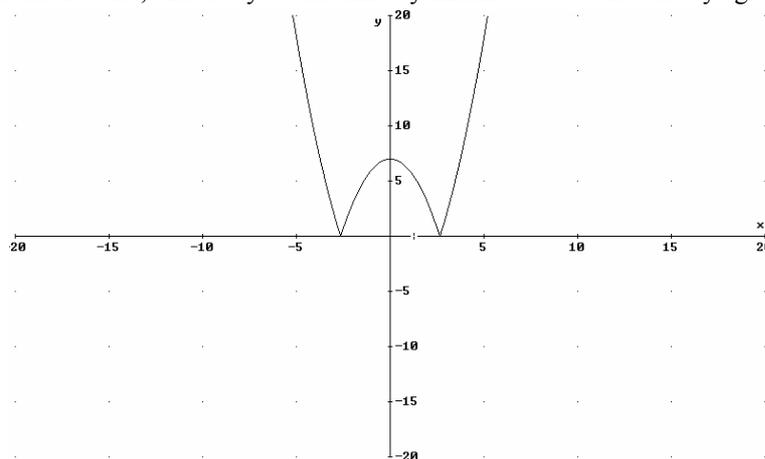
b)



9. Para las funciones del ejercicio anterior. Estudia la monotonía, simetría y los máximos y mínimos.

b) creciente en $]-4, -2[\cup]-2, 0[$ y decreciente en $]0, 2[\cup]2, 4[$
 simétrica respecto al eje OY
 máximo no tiene, el mínimo se alcanza en el 0 y vale 0

10. Estudia la monotonía, simetría y los máximos y mínimos de la función cuya gráfica es la de la figura.



11. Antonio ha comprado un coche que le ha costado 19500 €. El coche se deprecia un 20% cada año. Al cabo de un tiempo decide venderlo y le dan 5200 €. ¿Cuántos años han pasado?
 Indicación: Haz la gráfica de la situación planteada y encuentra el punto de la gráfica cuya ordenada valga 5200.

12. Dibuja en el intervalo $[0, 6]$ la función que a cada número positivo le hace corresponder su parte entera.

13. Halla la pendiente de las rectas que pasan por los puntos:

a) $(2, 3)$ y $(-1, 0)$

b) $(3, 1)$ y $(4, -5)$. Solución $\frac{-5-1}{4-3} = -6$

14. Halla la pendiente de las rectas:

a) $y = -3x + 1$

b) $y = 2 - x$

c) $3x - 2y - 4 = 0$

d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

15. Representa las siguientes funciones lineales o afines:

a) $y = 2x$; b) $y = 3$; c) $y = 3x - 2$; d) $y = \frac{1}{2}x$; e) $y = \frac{-2}{3}x - 2$

16. Halla gráficamente la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(-3, -6)$ y $B(3, -2)$ y escribe su ecuación.

Solución

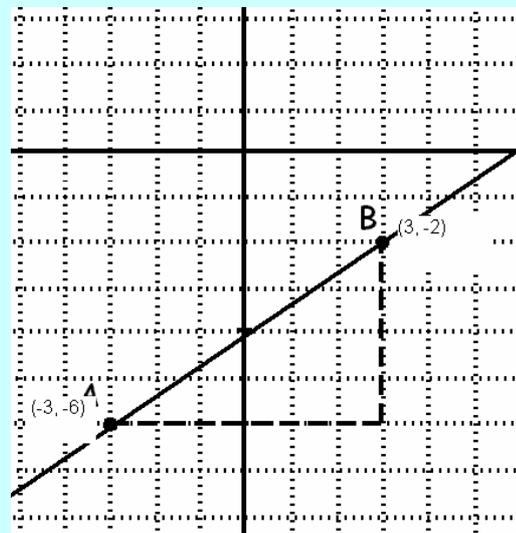
La pendiente según se ve en la gráfica es

$$m = \frac{+4}{+6} = \frac{2}{3}$$

la ordenada en el origen es -4

y por tanto la ecuación es

$$y = \frac{2}{3}x - 4$$



17. Dibuja y halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

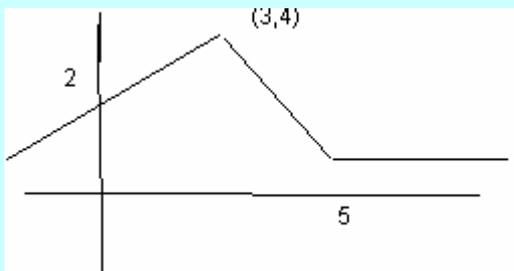
- a) (2, 3) y (-1, 0)
- b) (3, 1) y (4, -5)

18. Hallar la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

- a) Pasa por el punto (0, 1) y tiene por pendiente 3
- b) Pasa por el punto (0, 4) y tiene por pendiente 3/4
- c) Pasa por el punto (-3, 3) y tiene por pendiente -4

19. Calcula la expresión de la función cuya gráfica se adjunta:

Solución



Es una función definida a trozos.

El primer trozo pertenece a la recta que pasa por los Puntos (0,2) y (3,4), Su ecuación es

$$y = 2x + 2$$

El otro trozo pertenece a la recta que pasa por (3, 4) y (5, 1).

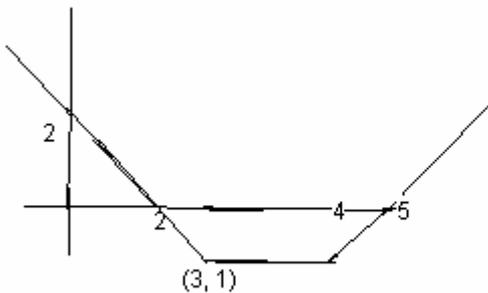
La pendiente es: $\frac{1-4}{5-3} = \frac{-3}{2}$

$$y = 4 - \frac{3}{2}(x-3)$$

El último trozo pertenece a la recta constante $y=1$

$$\text{La función es } f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 3 \\ -\frac{3}{2}(x-3) + 4 & 3 \leq x \leq 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

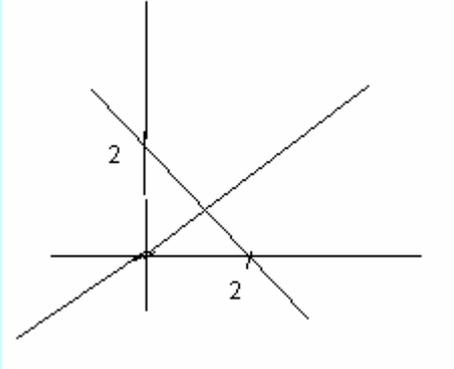
20. Calcula la expresión algebraica de la función cuya gráfica es:



21. Representa en los mismos ejes coordenados las siguientes rectas:

a) $y = x$ e $y = 2 - x$

Solución



Las rectas se cortan en el punto (1, 1)

b) $y = x - 3$ e $y = -x + 2$;

c) $y = \frac{-2}{3}x$ e $y = \frac{1}{3}x - 6$

22. En la factura del gas de una ciudad se paga una cantidad fija de 120 € y 0,40 € por cada m^3 . Calcula:

a) ¿Cuánto hay que pagar por cada m^3 ? ¿Y por 15 m^3 ?

b) Representa la función que nos dice lo que tenemos que pagar según los m^3 consumidos?

23. Un ciclista sale de un lugar, a las 9 de la mañana, a una velocidad de 20km/h. A los 30 minutos un amigo suyo sale a su encuentro a 25km/h. Se pide:

a) Dibuja en unos ejes coordenados las gráficas que representan estas situaciones

b) ¿A qué hora le alcanza? ¿que espacio ha recorrido?