

Cuaderno de actividades 4º ESO

Álgebra

Expresiones Algebraicas.

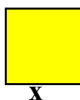
Traduce a lenguaje algebraico:

1. El triple de un número.
2. La mitad del resultado de sumarle al triple de un número 4 unidades.
3. La diferencia de los cuadrados de dos números de dos números consecutivos.

4. Cinco veces el resultado de restarle al doble de un número 5 unidades

Solución: $5(2x-5)$

5. Expresa algebraicamente el área y el perímetro de un cuadrado de lado x.



Asocia cada una de los enunciados con la expresión algebraica que le corresponde:

- 1) La suma de los cuadrados de dos números

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$$

- 2) El espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad por el tiempo que está en movimiento

$$\frac{x + y + z}{3}$$

- 3) El área del círculo de radio x

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

- 4) Los lados de un triángulo son proporcionales a 2, 3 y 5

$$E = v \cdot t$$

- 5) El cuadrado de la suma de dos números es igual a la suma de sus cuadrados más el doble de su producto

$$x^2 + y^2 \quad (1)$$

- 6) Media aritmética de tres números

$$\pi x^2$$

C) Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican:

1. $(1-2x)(1+2x)$ para $x = 2$

2. $\frac{x + y + z}{3}$ para $x = 3, y = 2, z = 4$

Solución $\frac{x + y + z}{3} = \frac{3 + 2 + 4}{3} = 3$

3. $x^2 + y^2 + 2xy$ para $x = 1, y = 2$

D) Identidades notables.

- 1) Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(2x + 3)^2$

b) $(x + 2)(x - 2)$

c) $(2x - 1)(2x + 1)$

d) $(3x - y)^2$

e) $(2x - 3y)(2x + 3y) = 4x^2 - 9y^2$

h) $(x - 1)^3$

i) $(x + 5)^2 - (x - 3)^2$

2) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas:

a) $3x^4 - 2x^2$

b) $x^2 - 1$

c) $x^2 + 6x + 9$

Solución. No tiene ningún factor común, es una identidad notable: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

d) $x^2 + 4 + 4x$

e) $4x^2 - y^2$

f) $9 - 6x + x^2$

g) $2x - 4x^2y$

h) $x^2 + xy + xz + yz$

Solución: $x(x + y) + z(x + y) = (x + z)(x + y)$

i) $ax - ay - bx + by$

3) Completa las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos

a) $x^2 + 2x + \dots$

b) $4x^2 + 8x + \dots$

Solución: $4x^2 + 8x + 4 = (2x + 2)^2$

c) $9x^2 - \dots + 16$

Polinomios

Indica el grado de los siguientes polinomios:

1. $-2x^2y^3$

2. $x^2 + y^2 + 2xy$

3. $\frac{3}{4}x^2y^4z^2$ Solución: $2+4+2=8$

4. $(x + 5)^2 - (x - 3)^2$

5. $7x^5 - 3x^2 - 6x^4 + 2 + x$

Efectúa las operaciones indicadas y simplifica la expresión resultante.

1) $3(x^3 - 5x + 7) - (2x^3 + 6x^2 + 11x + 4)$

2) $2x(4x^2 - 6x + 2) + 3(5x^2 - 3x - 4) - 14x^2$

3) $(x^3y^3 + 2)(x^3y^3 - 2)$

4) $(7x^3 - 5x + 3)(2x^2 + x - 1)$

5) $(x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 5) : (x^2 + x - 3)$

6) $(x^3 - x^2 - 16x - 3) : (x - 3)$

	1	-1	-16	-3
		3	6	-30
3				
	1	2	-10	-33

el cociente es $x^2 + 2x - 10$ y el resto -33

7) $(2x^3 + 6x^2 + 11x + 4) : (x + 1)$

8) $(3x^4 + 6x^2 + 11x + 4) : (x - 2)$

9) $(x^3 + 1) : (x + 1)$

10) $-x^4 + 2x^3 + 5x - 3$

Raíces de polinomios. Teorema del resto.

Factorización

1 Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios en los números que se indican.

a) $x^2 - 5x + 6$ en $x = 0, 2$ y 3

b) $2x^4 - 6x^2 + 3x - 2$ en $x = 1$ y 3

4. Calcula el valor de k para que la división de P(x) entre Q(x) dé exacta:

a) $P(x) = x^3 - 11x^2 + kx - 24$, $Q(x) = (x-1)$

El resto debe dar cero, aplicando el teorema del resto:

$$1 - 11 + k - 24 = 0$$

$$k = 34$$

b) $P(x) = x^4 - 11x^3 + 33x^2 - kx - 54$; $Q(x) = (x + 1)$

5. Calcula el valor de k, para que el resto de la división de $x^4 - kx^3 + 33x^2 - kx - 54$ entre $x + 2$ nos de 25.

6. Descomponer en factores los polinomios P(x) y Q(x) y hallar su M.C.D y M.C.M

a) $P(x) = x^3 - 1$ y $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

Solución

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$Q(x) = (x - 1)^2$$

$$M. C. D. = x - 1 \quad M. C. M. = (x - 1)^2(x^2 + x + 1) = x^4 - x^3 - x + 1$$

b) $P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$ y $Q(x) = 3x^3 + 7x^2 - 4$

7. $P(x) = x^7 - x$ y $Q(x) = x^5 + x^2$

Fracciones Algebraicas

A) Hallar el **valor numérico** de las siguientes fracciones algebraicas en los puntos que se indican:

1) $\frac{2x - 3}{x}$ en $x = 1$, $x = 3$.

2) $\frac{x^2 + 3x}{x + 2}$ en $x = 2$, $x = 0$.

$$3) \frac{2x^2 - 5}{x^2 - 1} \quad \text{en } x=1, x=2$$

Solución:

En $x=0$ $\frac{2 \cdot 1 - 5}{1 - 1} = \frac{-3}{0}$ No existe este valor, se puede dividir por cero, no se puede calcular el valor numérico en 0.

$$\text{En } x=2 \quad \frac{2 \cdot 4 - 5}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$4) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} \quad \text{en } x=-2, 0, 1 \text{ y } 2$$

B) Estudia si las siguientes fracciones son equivalentes:

$$1) \frac{3x}{x^2 - x} \text{ y } \frac{3}{x - 1}$$

$$2) \frac{x - 2}{x + 2} \text{ y } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

Solución. Se tiene:

$$(x-2)(x^2-4) = x^3 - 4x - 2x^2 + 8 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

$$(x+2)(x^2-4x+4) = x^3 - 4x^2 + 4x + 2x^2 - 8x + 8 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

Son equivalentes.

C) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, en los casos posibles:

$$1) \frac{3x^2 + x}{2x}$$

$$2) \frac{3x - 6}{5x - 10}$$

$$3) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$4) \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1}$$

$$5) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

Solución.

$$\text{Se tiene } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)^2}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$6) \frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$$

D) Realiza las operaciones indicadas y simplifica el resultado en los casos que se pueda.

$$1) \frac{10x^3}{15(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x^2}$$

$$2) \frac{2}{x} + \frac{3x-11}{x}$$

$$3) \frac{50x^3y}{7z} : 10x^2y^2$$

$$4) \frac{1}{x} + \frac{2x-3}{x+1}$$

Solución. Primero reducimos a común denominador y después sumamos los numeradores:

m. c. m (x, x+1) = x(x+1) = x²+x

$$\frac{x+1}{x^2+x} + \frac{2x^2-3x}{x^2+x} = \frac{2x^2-2x+1}{x^2+x}$$

$$5) \frac{1}{2x} + \frac{3x-2}{x} - \frac{x}{3}$$

$$6) \frac{x^2-4}{x+2} : \frac{x^2-2x}{x^2} = \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+2)x^2(x-2)} = \frac{1}{x}$$

$$7) \frac{2x^2}{x^2-4} : \frac{x^2}{x^2+2y+4}$$

$$8) \frac{2x-3}{5x} : \frac{4x-6}{3x^2+2x}$$