

## 2º Parte: Álgebra

### Expresiones Algebraicas. Polinomios

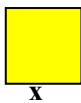
A) Traduce a lenguaje algebraico:

1. El triple de un número.
2. La mitad del resultado de sumarle al triple de un número 4 unidades.
3. La diferencia de los cuadrados de dos números de dos números consecutivos.

4. Cinco veces el resultado de restarle al doble de un número 5 unidades

Solución:  $5(2x-5)$

5. Expresa algebraicamente el área y el perímetro de un cuadrado de lado x.



B) Asocia cada una de los enunciados con la expresión algebraica que le corresponde:

1) La suma de los cuadrados de dos números

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$$

2) El espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad por el tiempo que está en movimiento

$$\frac{x + y + z}{3}$$

3) El área del círculo de radio x

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

4) Los lados de un triángulo son proporcionales a 2, 3 y 5

$$E = v \cdot t$$

5) El cuadrado de la suma de dos números es igual a la suma de sus cuadrados más el doble de su producto

$$x^2 + y^2 \quad (1)$$

6) Media aritmética de tres números

$$\pi x^2$$

C) Calcula el **valor numérico** de las siguientes expresiones para los valores que se indican:

1.  $2x + 1$  para  $x = 0$

2.  $x^2 + y^2$  para  $x = 1$ ,  $y = 3$

3.  $(1-2x)(1+2x)$  para  $x = 2$

4.  $\frac{x + y + z}{3}$  para  $x = 3$ ,  $y = 2$ ,  $z = 4$

Solución  $\frac{x + y + z}{3} = \frac{3 + 2 + 4}{3} = 3$

5.  $x^2 + y^2 + 2xy$  para  $x = 1$ ,  $y = 2$

6.  $-2x^2y^3$  para  $x = 2$ ,  $y = 2$

D) **Identidades notables.**

1) Desarrolla las siguientes expresiones:

a)  $(x + 2)^2$

b)  $(x - 1)^2$

c)  $(2x + 3)^2$

d)  $(x + 2)(x - 2)$

e)  $(2x - 1)(2x + 1)$

f)  $(3x - y)^2$

g)  $(2x - 3y)(2x + 3y) = 4x^2 - 9y^2$

h)  $(x - 1)^3$

i)  $(x + 5)^2 - (x - 3)^2$

**2) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas:**

a)  $3x^4 - 2x^2$

b)  $x^2 - 1$

c)  $x^2 + 6x + 9$

Solución. No tiene ningún factor común, es una identidad notable:  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

d)  $x^2 + 4 + 4x$

e)  $4x^2 - y^2$

f)  $9 - 6x + x^2$

g)  $2x - 4x^2y$

h)  $x^2 + xy + xz + yz$

Solución:  $x(x + y) + z(x + y) = (x + z)(x + y)$

i)  $ax - ay - bx + by$

**3) Completa las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos**

a)  $x^2 + 2x + \dots$

b)  $4x^2 + 8x + \dots$

Solución:  $4x^2 + 8x + 4 = (2x + 2)^2$

c)  $9x^2 - \dots + 16$

**E) Calcula el grado de los siguientes polinomios:**

1.  $-2x^2y^3$

2.  $x^2 + y^2 + 2xy$

3.  $\frac{3}{4}x^2y^4z^2$  Solución:  $2 + 4 + 2 = 8$

4.  $(x + 5)^2 - (x - 3)^2$

5.  $7x^5 - 3x^2 - 6x^4 + 2 + x$

**F) Efectúa las operaciones indicadas y simplifica la expresión resultante.**

1)  $3(x^3 - 5x + 7) - (2x^3 + 6x^2 + 11x + 4)$

2)  $10x^2y \cdot \frac{7}{4}y^2z$

3)  $2x(4x^2 - 6x + 2) + 3(5x^2 - 3x - 4) - 14x^2$

4)  $(3x^3 - x + 5)(2x^3 + 1)$

5)  $(x^3y^3 + 2)(x^3y^3 - 2)$

6)  $(7x^3 - 5x + 3)(2x^2 + x - 1)$

7)  $6 \left[ \frac{2(x-3)}{3} + \frac{7x-3}{2} - 4 \right]$

Solución:  $6 \left[ \frac{4(x-3)}{6} + \frac{3(7x-3)}{6} - \frac{24}{6} \right] = 4x - 12 + 21x - 9 - 24 = 25x - 45$

8)  $15 \left[ \frac{2x-3}{5} + \frac{7(x+3)}{3} - 6 \right]$

9)  $\left( \frac{x^2}{3} - 4x + \frac{1}{2} \right) (3x^2 - 4) - (2x^3 - 7x - 5)$

**G) Operaciones con expresiones algebraicas:**

1) Multiplica la siguiente expresión por 12 y simplifica el resultado:

$$\frac{3(x+2)}{4} + \frac{1}{12} - \frac{2x-5}{6}$$

2) Multiplica por 20 y simplifica el resultado:

$$\frac{(x+1)^2}{5} - \frac{1}{2} + \frac{x^2-4}{4} + \frac{(x-2)^2}{5}$$

**H<sup>1</sup>)** Divide los siguientes polinomios:

1)  $15 a^3 b^2 c : 6 a^2 c = \frac{15}{6} ab^2 c = \frac{5}{2} ab^2 c$

<sup>1</sup> Cuando sea posible utiliza Ruffini.

2)  $5x^3y^2z^4 : 3x^2z^2$

3)  $(2x^3 + 6x^2 + 11x + 4) : (x + 1)$

4)  $(2x^3 + 6x^2 + 11x + 4) : (x - 3)$

5)  $(x^3 + 6x^2 + 5x + 4) : (x^2 - x + 5)$

6)  $(x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 4x + 1) : (x^2 - 3x + 1)$

Solución

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 5x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 3x + 1 \\ x + 9 \end{array} \right. \\ \underline{-x^3 + 3x^2 - x} \phantom{+ 4} \\ / \quad 9x^2 + 4x + 4 \\ \quad \underline{-9x^2 + 27x - 9} \\ \phantom{9x^2 +} / \quad 31x - 5 \end{array}$$

7)  $(x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 5) : (x^2 + x - 3)$

### **Fracciones Algebraicas**

A) Hallar el **valor numérico** de las siguientes fracciones algebraicas en los puntos que se indican:

1)  $\frac{2x - 3}{x}$  en  $x = 1$ ,  $x = 3$ .

2)  $\frac{x^2 + 3x}{x + 2}$  en  $x = 2$ ,  $x = 0$ .

3)  $\frac{2x^2 - 5}{x^2 - 1}$  en  $x = 1$ ,  $x = 2$

Solución:

En  $x = 0$   $\frac{2 \cdot 1 - 5}{1 - 1} = \frac{-3}{0}$  No existe este valor, se puede dividir por cero, no se puede calcular el valor numérico en 0.

En  $x = 2$   $\frac{2 \cdot 4 - 5}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$

4)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$  en  $x = -2, 0, 1$  y  $2$

**B)** Estudia si las siguientes fracciones son equivalentes:

1)  $\frac{3x}{x^2 - x}$  y  $\frac{3}{x - 1}$

2)  $\frac{x - 2}{x + 2}$  y  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

Solución. Se tiene:

$$(x-2)(x^2-4) = x^3 - 4x - 2x^2 + 8 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

$$(x+2)(x^2-4x+4) = x^3 - 4x^2 + 4x + 2x^2 - 8x + 8 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

Son equivalentes.

**C)** Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, en los casos posibles:

1)  $\frac{3x^2 + x}{2x}$

2)  $\frac{3x - 6}{5x - 10}$

3)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

4)  $\frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

5)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

Solución.

Se tiene  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)^2}{(x - 2)(x + 2)}$

6)  $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$

D) Realiza las operaciones indicadas y simplifica el resultado en los casos que se pueda.

$$1) \frac{10x^3}{15(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x^2}$$

$$2) \frac{2}{x} + \frac{3x-11}{x}$$

$$3) \frac{50x^3y}{7z} : 10x^2y^2$$

$$4) \frac{1}{x} + \frac{2x-3}{x+1}$$

Solución. Primero reducimos a común denominador y después sumamos los numeradores:

m. c. m (x, x+1) = x(x+1) = x<sup>2</sup>+x

$$\frac{x+1}{x^2+x} + \frac{2x^2-3x}{x^2+x} = \frac{2x^2-2x+1}{x^2+x}$$

$$5) \frac{1}{2x} + \frac{3x-2}{x} - \frac{x}{3}$$

$$6) \frac{x^2-4}{x+2} : \frac{x^2-2x}{x^2} = \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+2)x^2(x-2)} = \frac{1}{x}$$

$$7) \frac{2x^2}{x^2-4} : \frac{x^2}{x^2+2y+4}$$

$$8) \frac{2x-3}{5x} : \frac{4x-6}{3x^2+2x}$$