

2º Parte: Álgebra

Expresiones Algebraicas. Polinomios

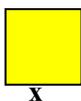
A) Traduce a lenguaje algebraico:

1. El triple de un número.
2. La mitad del resultado de sumarle al triple de un número 4 unidades.
3. La diferencia de los cuadrados de dos números de dos números consecutivos.

4. Cinco veces el resultado de restarle al doble de un número 5 unidades

Solución: $5(2x-5)$

5. Expresa algebraicamente el área y el perímetro de un cuadrado de lado x.



B) Asocia cada una de los enunciados con la expresión algebraica que le corresponde:

1) La suma de los cuadrados de dos números

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$$

2) El espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad por el tiempo que está en movimiento

$$\frac{x + y + z}{3}$$

3) El área del círculo de radio x

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

4) Los lados de un triángulo son proporcionales a 2, 3 y 5

$$E = v \cdot t$$

5) El cuadrado de la suma de dos números es igual a la suma de sus cuadrados más el doble de su producto

$$x^2 + y^2 \quad (1)$$

6) Media aritmética de tres números

$$\pi x^2$$

C) Calcula el **valor numérico** de las siguientes expresiones para los valores que se indican:

1. $2x + 1$ para $x = 0$

2. $x^2 + y^2$ para $x = 1$, $y = 3$

3. $(1-2x)(1+2x)$ para $x = 2$

4. $\frac{x + y + z}{3}$ para $x = 3$, $y = 2$, $z = 4$

Solución $\frac{x + y + z}{3} = \frac{3 + 2 + 4}{3} = 3$

5. $x^2 + y^2 + 2xy$ para $x = 1$, $y = 2$

6. $-2x^2y^3$ para $x = 2$, $y = 2$

D) **Identidades notables.**

1) Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(x + 2)^2$

b) $(x - 1)^2$

c) $(2x + 3)^2$

d) $(x + 2)(x - 2)$

e) $(2x - 1)(2x + 1)$

f) $(3x - y)^2$

g) $(2x - 3y)(2x + 3y) = 4x^2 - 9y^2$

h) $(x - 1)^3$

i) $(x + 5)^2 - (x - 3)^2$

2) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas:

a) $3x^4 - 2x^2$

b) $x^2 - 1$

c) $x^2 + 6x + 9$

Solución. No tiene ningún factor común, es una identidad notable: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

d) $x^2 + 4 + 4x$

e) $4x^2 - y^2$

f) $9 - 6x + x^2$

g) $2x - 4x^2y$

h) $x^2 + xy + xz + yz$

Solución: $x(x + y) + z(x + y) = (x + z)(x + y)$

i) $ax - ay - bx + by$

3) Completa las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos

a) $x^2 + 2x + \dots$

b) $4x^2 + 8x + \dots$

Solución: $4x^2 + 8x + 4 = (2x + 2)^2$

c) $9x^2 - \dots + 16$

E) Calcula el grado de los siguientes polinomios:

1. $-2x^2y^3$

2. $x^2 + y^2 + 2xy$

3. $\frac{3}{4}x^2y^4z^2$ Solución: $2 + 4 + 2 = 8$

4. $(x + 5)^2 - (x - 3)^2$

5. $7x^5 - 3x^2 - 6x^4 + 2 + x$

F) Efectúa las operaciones indicadas y simplifica la expresión resultante.

1) $3(x^3 - 5x + 7) - (2x^3 + 6x^2 + 11x + 4)$

2) $10x^2y \cdot \frac{7}{4}y^2z$

3) $2x(4x^2 - 6x + 2) + 3(5x^2 - 3x - 4) - 14x^2$

4) $(3x^3 - x + 5)(2x^3 + 1)$

5) $(x^3y^3 + 2)(x^3y^3 - 2)$

6) $(7x^3 - 5x + 3)(2x^2 + x - 1)$

7) $6 \left[\frac{2(x-3)}{3} + \frac{7x-3}{2} - 4 \right]$

Solución: $6 \left[\frac{4(x-3)}{6} + \frac{3(7x-3)}{6} - \frac{24}{6} \right] = 4x - 12 + 21x - 9 - 24 = 25x - 45$

8) $15 \left[\frac{2x-3}{5} + \frac{7(x+3)}{3} - 6 \right]$

9) $\left(\frac{x^2}{3} - 4x + \frac{1}{2} \right) (3x^2 - 4) - (2x^3 - 7x - 5)$

G) Operaciones con expresiones algebraicas:

1) Multiplica la siguiente expresión por 12 y simplifica el resultado:

$$\frac{3(x+2)}{4} + \frac{1}{12} - \frac{2x-5}{6}$$

2) Multiplica por 20 y simplifica el resultado:

$$\frac{(x+1)^2}{5} - \frac{1}{2} + \frac{x^2-4}{4} + \frac{(x-2)^2}{5}$$

H¹) Divide los siguientes polinomios:

1) $15 a^3 b^2 c : 6 a^2 c = \frac{15}{6} ab^2 c = \frac{5}{2} ab^2 c$

¹ Cuando sea posible utiliza Ruffini.

2) $5x^3y^2z^4 : 3x^2z^2$

3) $(2x^3 + 6x^2 + 11x + 4) : (x + 1)$

4) $(2x^3 + 6x^2 + 11x + 4) : (x - 3)$

5) $(x^3 + 6x^2 + 5x + 4) : (x^2 - x + 5)$

6) $(x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 4x + 1) : (x^2 - 3x + 1)$

Solución

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 5x + 4 \quad | \quad x^2 - 3x + 1 \\ \underline{-x^3 + 3x^2 - x} \\ / \quad 9x^2 + 4x + 4 \\ \quad \underline{-9x^2 + 27x - 9} \\ / \quad 31x - 5 \end{array}$$

7) $(x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 5) : (x^2 + x - 3)$

Fracciones Algebraicas

A) Hallar el **valor numérico** de las siguientes fracciones algebraicas en los puntos que se indican:

1) $\frac{2x-3}{x}$ en $x = 1, x = 3$.

2) $\frac{x^2+3x}{x+2}$ en $x = 2, x = 0$.

3) $\frac{2x^2-5}{x^2-1}$ en $x = 1, x = 2$

Solución:

En $x = 0$ $\frac{2 \cdot 1 - 5}{1 - 1} = \frac{-3}{0}$ No existe este valor, se puede dividir por cero, no se puede calcular el valor numérico en 0.

En $x = 2$ $\frac{2 \cdot 4 - 5}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$

4) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ en $x = -2, 0, 1$ y 2

B) Estudia si las siguientes fracciones son equivalentes:

1) $\frac{3x}{x^2 - x}$ y $\frac{3}{x - 1}$

2) $\frac{x - 2}{x + 2}$ y $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

Solución. Se tiene:

$$(x-2)(x^2-4) = x^3 - 4x - 2x^2 + 8 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

$$(x+2)(x^2-4x+4) = x^3 - 4x^2 + 4x + 2x^2 - 8x + 8 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

Son equivalentes.

C) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, en los casos posibles:

1) $\frac{3x^2 + x}{2x}$

2) $\frac{3x - 6}{5x - 10}$

3) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

4) $\frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

5) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

Solución.

Se tiene $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)^2}{(x - 2)(x + 2)}$

6) $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$

D) Realiza las operaciones indicadas y simplifica el resultado en los casos que se pueda.

$$1) \frac{10x^3}{15(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x^2}$$

$$2) \frac{2}{x} + \frac{3x-11}{x}$$

$$3) \frac{50x^3y}{7z} : 10x^2y^2$$

$$4) \frac{1}{x} + \frac{2x-3}{x+1}$$

Solución. Primero reducimos a común denominador y después sumamos los numeradores:

m. c. m (x, x+1) = x(x+1) = x²+x

$$\frac{x+1}{x^2+x} + \frac{2x^2-3x}{x^2+x} = \frac{2x^2-2x+1}{x^2+x}$$

$$5) \frac{1}{2x} + \frac{3x-2}{x} - \frac{x}{3}$$

$$6) \frac{x^2-4}{x+2} : \frac{x^2-2x}{x^2} = \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+2)x^2(x-2)} = \frac{1}{x}$$

$$7) \frac{2x^2}{x^2-4} : \frac{x^2}{x^2+2y+4}$$

$$8) \frac{2x-3}{5x} : \frac{4x-6}{3x^2+2x}$$